

MA0001 Øving 7

Øystein Tveit



Innhold

1 Forberedende oppgaver	2
Oppgave 1	2
a)	2
b)	2
c)	2
2 Innleveringsoppgaver	3
Oppgave 2	3
Oppgave 3	3
Oppgave 4	3
Oppgave 5	3

1 Forberedende oppgaver

1 a)

$$f'(x) = 3$$

b)

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{3} - 1$$

c)

$$\frac{d}{dx} f^{-1}(x) = \frac{1}{3}$$

2 Innleveringsoppgaver

2

$$f(x) = x^2$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}f(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2 - x^2}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2x\Delta x + \Delta x^2}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2x + \Delta x}{1} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2x + \Delta x}{1} \\ &= 2x + 0 \\ &= 2x \end{aligned}$$

3

$$h(x) = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - \sqrt{2}x + \pi^e$$

$$\begin{aligned} h'(x) &= 4 \cdot -\frac{1}{4}x^{4-1} + 3 \cdot \frac{2}{3}x^{3-1} + 2 \cdot 2x^{2-1} - 1 \cdot \sqrt{2}x^{1-1} + 0 \cdot \pi^e x^{0-1} \\ &= -x^3 + 2x^2 + 4x - \sqrt{2} \end{aligned}$$

4

$$\begin{aligned} (x^{1/3} - x) \cdot (x^{2/3} + x^2) &= x^{1/3} \cdot x^{2/3} + x^{1/3} \cdot x^2 - x \cdot x^{2/3} - x \cdot x^2 \\ &= x + x^{7/3} - x^{5/3} - x^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} (x + x^{7/3} - x^{5/3} - x^3) &= 1 + \frac{7}{3}x^{4/3} - \frac{5}{3}x^{2/3} - 3x^2 \\ &= -3x^2 - \frac{5}{3}x^{2/3} + \frac{7}{3}x^{4/3} + 1 \end{aligned}$$

5

$$f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$$

Ettersom

$$\sqrt{0} = 0$$

og

$$\lim_{x \rightarrow 0} x = 0$$

er funksjonen kontinuerlig.

Den deriverte av den første delen av funksjonen blir

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \sqrt{x} &= \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Ved $x = 0$ blir

$$\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{0}$$

som er udefinert, og dermed er ikke den funksjonen deriverbar for denne x -verdien